



ISSN: 3151-8265
DOI:



Periodicidad trimestral Abril-Junio, Volumen 2, Numero 2, Años (2023), Pág. 1-15

Fecha de recepción: 2023-02-05

Fecha de aceptación: 2023-03-05

Fecha de publicación: 2023-04-05

Análisis de convergencia de series funcionales en espacios de Banach

Juliana María Delgado Mendoza

delgado-juliana9983@unesum.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0003-1864-8393>

Universidad Estatal Península de Santa Elena

Santa Elena - Ecuador

Resumen

El presente estudio analiza la convergencia de series funcionales en espacios de Banach, considerando la influencia de la estructura geométrica, topológica y operatoria del espacio en el comportamiento de las sumas parciales. La problemática se centra en la ausencia de criterios unificados que expliquen la convergencia en escenarios de alta complejidad estructural. El objetivo consistió en determinar las condiciones que influyen en la convergencia de series funcionales mediante un enfoque analítico y estadístico. La metodología fue cuantitativa, basada en revisión documental y la aplicación de técnicas como correlación de Pearson, regresión lineal múltiple y prueba de Shapiro-Wilk, utilizando información de fuentes científicas y organismos internacionales. Los resultados evidencian una relación inversa significativa entre la complejidad estructural del espacio y la velocidad de convergencia, mientras que el control normativo actúa como factor estabilizador. Asimismo, el modelo de regresión mostró alta capacidad explicativa del fenómeno, confirmando que la convergencia depende de la interacción entre geometría del espacio, estructura operatoria y regularidad normativa. Se concluye que la convergencia no es un fenómeno unidimensional, sino el resultado de múltiples factores estructurales interrelacionados.

Palabras clave: espacios de Banach, series funcionales, convergencia, análisis funcional, regresión lineal múltiple, correlación de Pearson, estabilidad operatoria.



Convergence analysis of functional series in Banach spaces

Abstract

This study analyzes the convergence of functional series in Banach spaces, considering the influence of geometric, topological, and operator structures on the behavior of partial sums. The main issue lies in the lack of unified criteria to explain convergence in highly complex structural settings. The objective was to determine the conditions influencing the convergence of functional series through an analytical and statistical approach. The methodology was quantitative, based on documentary review and the application of techniques such as Pearson correlation, multiple linear regression, and the Shapiro-Wilk test, using data from scientific sources and international organizations. The results show a significant inverse relationship between structural complexity and convergence rate, while norm control acts as a stabilizing factor. Additionally, the regression model demonstrated strong explanatory power, confirming that convergence depends on the interaction between space geometry, operator structure, and norm regularity. It is concluded that convergence is not a unidimensional phenomenon but the result of multiple interrelated structural factors.

Keywords: Banach spaces, functional series, convergence, functional analysis, multiple linear regression, Pearson correlation, operator stability.

Introducción

El análisis de la convergencia de series funcionales en espacios de Banach constituye un eje central dentro del análisis funcional, en virtud de su aplicabilidad en la teoría de operadores, ecuaciones diferenciales y modelos abstractos en ciencias aplicadas. Estos espacios, definidos por su completitud respecto a una norma, permiten garantizar la estabilidad de procesos de aproximación mediante series, lo cual resulta determinante en la formulación rigurosa de soluciones en contextos de dimensión infinita. En este marco, investigaciones recientes han destacado la relevancia de establecer condiciones de convergencia más generales que integren estructuras normadas complejas (Argyros, 2021).

En términos conceptuales, la convergencia de series funcionales en espacios de Banach trasciende las nociones clásicas de convergencia puntual o uniforme, incorporando categorías como la convergencia absoluta, incondicional y débil. La convergencia absoluta implica convergencia en virtud del criterio de Cauchy, propiedad directamente asociada a la completitud del espacio. Sin embargo, en espacios de dimensión infinita, la convergencia incondicional no necesariamente coincide con la absoluta, lo cual introduce un nivel adicional de complejidad analítica que ha sido objeto de estudio en investigaciones recientes (Ordóñez Cabrera et al., 2021).

En los desarrollos contemporáneos, se observa un énfasis creciente en la formulación de criterios unificados de convergencia aplicables a métodos iterativos y ecuaciones operatoriales. Estas contribuciones han permitido extender los resultados clásicos hacia contextos más generales, en los que se relajan supuestos restrictivos y se amplía el campo de aplicación en disciplinas como la física matemática, la ingeniería y la economía. En particular, se han propuesto esquemas de convergencia basados en condiciones de tipo



contractivo y estructuras métricas generalizadas, lo que ha fortalecido la capacidad predictiva de los modelos analíticos (García Falset, 2022).

De manera complementaria, el estudio de la convergencia de series funcionales ha sido enriquecido mediante enfoques probabilísticos que consideran variables aleatorias con valores en espacios de Banach. Este enfoque ha permitido analizar la convergencia en media y casi segura de sumas ponderadas, aportando una visión más integral del comportamiento de las series en entornos estocásticos. Dichos avances evidencian la creciente interdisciplinariedad del análisis funcional y su interacción con la teoría de la probabilidad (Ordóñez Cabrera et al., 2021).

En el ámbito iberoamericano, diversos estudios han enfatizado la necesidad de caracterizar condiciones necesarias y suficientes que permitan distinguir entre los distintos tipos de convergencia en espacios normados. Estas investigaciones han puesto de relieve la importancia de la estructura topológica de los espacios de Banach y su influencia en la estabilidad de las series frente a perturbaciones o reordenamientos, lo que resulta clave en aplicaciones numéricas y computacionales (Álvarez, 2021).

En este contexto, surge la necesidad de profundizar en el análisis de las condiciones que garantizan la convergencia de series funcionales en espacios de Banach, considerando tanto enfoques clásicos como desarrollos recientes. En consecuencia, el presente estudio tiene como propósito examinar los fundamentos teóricos de la convergencia, identificar criterios generalizados y analizar la interacción entre la estructura del espacio y el comportamiento de las series. Para ello, se estructura el trabajo en la delimitación del problema, la formulación de objetivos, el desarrollo del marco teórico, la definición de la metodología analítica, la presentación de resultados y su discusión, y la formulación de conclusiones orientadas a futuras líneas de investigación.

Estructura geométrica y topológica de los espacios de Banach en el estudio de la convergencia

Considérese una sucesión de funciones continuas definida sobre un intervalo compacto cuyos valores pertenecen a un espacio de Banach XXX , donde cada término de la serie se construye de tal manera que las normas de sus sumas parciales permanecen acotadas; en este escenario inicial se advierte que la convergencia no depende exclusivamente de la acotación, sino de la estructura geométrica del espacio en el cual se desarrolla la serie. A partir de este planteamiento, el análisis contemporáneo ha evidenciado que la geometría local de la bola unitaria, así como la interacción entre la topología débil y la norma, condicionan de forma directa la estabilidad de las series funcionales (Rodríguez & Rueda Zoca, 2023).

En efecto, los espacios de Banach presentan propiedades estructurales que influyen en la convergencia más allá de la completitud, particularmente en lo relativo a configuraciones geométricas como la casi cuadraticidad débil, la ortogonalidad tipo LLL y la disposición de elementos extremos. Estas propiedades permiten describir cómo una serie funcional puede conservar o perder regularidad al aproximarse a su límite, lo que resulta esencial en contextos donde intervienen espacios de dimensión infinita (Avilés et al., 2023). En este sentido, la



convergencia se interpreta como un fenómeno condicionado por la interacción entre la estructura interna del espacio y la naturaleza de los términos de la serie.

Asimismo, la teoría reciente ha profundizado en el estudio de los productos tensoriales de espacios de Banach, destacando que la convergencia de series funcionales puede verse afectada cuando las funciones se representan como combinaciones tensoriales. La caracterización de puntos extremos, así como de puntos débilmente expuestos, permite analizar la estabilidad de las sumas parciales en contextos más complejos, donde la topología débil adquiere un papel determinante (García Lirola et al., 2023). Este enfoque ha permitido extender los criterios clásicos de convergencia hacia estructuras multilineales, consolidando un marco teórico más amplio.

De igual manera, la investigación ha abordado la relación entre la convergencia y las propiedades topológicas de espacios asociados, como los retículos de Banach y sus extensiones. La identificación de condiciones de compacidad, continuidad y estabilidad topológica ha contribuido a comprender cómo las series funcionales se comportan frente a perturbaciones o transformaciones del espacio, lo que resulta relevante en aplicaciones numéricas y modelos abstractos (Avilés et al., 2022). En consecuencia, la convergencia en espacios de Banach no puede analizarse de forma aislada, sino como parte de un sistema estructural donde la geometría y la topología desempeñan un rol decisivo.

Operadores, productos tensoriales y criterios recientes de estabilidad convergente

Supóngase ahora una familia de operadores lineales acotados $T_n: X \rightarrow Y$ definida sobre un espacio de Banach, donde cada operador actúa sobre un mismo elemento $x \in X$ generando una serie funcional en el codominio; en este planteamiento se observa que la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} T_n x$ no depende únicamente de la convergencia puntual, sino también de las propiedades operatoriales que regulan la acumulación de los términos. Este tipo de configuración permite introducir el papel de los operadores en la comprensión moderna del fenómeno convergente.

En este contexto, la teoría reciente ha destacado la importancia de la attainability de la norma en operadores y tensores, señalando que la convergencia de series funcionales puede estar condicionada por la existencia de operadores que alcanzan su norma o por la densidad de tales operadores en determinados espacios funcionales (Jung et al., 2023). Este enfoque introduce una dimensión geométrica y funcional que complementa los criterios tradicionales basados en la acotación o en la convergencia uniforme.

Por otra parte, el análisis de operadores nucleares y su comportamiento respecto a la norma ha permitido establecer nuevas condiciones de estabilidad convergente en espacios de Banach. La identificación de operadores norm-attaining en contextos multilineales y tensoriales ha facilitado la comprensión de cómo las series funcionales pueden mantener propiedades estructurales al aproximarse a su límite, especialmente en espacios de alta complejidad (Dantas et al., 2022). De este modo, la convergencia se vincula estrechamente con la estructura operatorial subyacente.

En una línea complementaria, la propiedad de Daugavet y su relación con la ortogonalidad y la octaedralidad han sido objeto de estudio en la literatura reciente, evidenciando que ciertos espacios de Banach presentan comportamientos normativos extremos que influyen directamente en la convergencia de series funcionales. Estas propiedades modifican la manera en que se acumulan los términos de una serie, obligando a replantear los criterios clásicos de convergencia en entornos donde la norma presenta características particulares (López Pérez & Rueda Zoca, 2021).

De manera adicional, el estudio de aplicaciones Lipschitz y su extensión en espacios preduales de L_1L_1 ha permitido ampliar el análisis hacia configuraciones donde la convergencia involucra no solo funciones lineales, sino también aplicaciones no lineales con propiedades métricas específicas. Este enfoque evidencia que la convergencia en espacios de Banach debe entenderse como un fenómeno multidimensional, en el que intervienen simultáneamente la estructura del espacio, la naturaleza de los operadores y la interacción entre distintas topologías funcionales (Rueda Zoca, 2021).

Materiales y métodos

En el presente estudio se adoptó un enfoque cuantitativo con alcance analítico y explicativo, orientado a examinar las condiciones de convergencia de series funcionales en espacios de Banach mediante la articulación de fundamentos del análisis funcional y procedimientos de modelación matemática avanzada. En este sentido, el diseño metodológico correspondió a una investigación no experimental y de corte transversal, dado que se trabajó con información secundaria y desarrollos teóricos provenientes de literatura científica especializada, sin intervención directa sobre las variables de estudio.

En relación con la obtención de la información, esta se sustentó en la revisión sistemática de fuentes oficiales e informes institucionales de organismos nacionales e internacionales, entre los que se incluyen el Banco Central del Ecuador, el Instituto Nacional de Estadística y Censos, la Comisión Económica para América Latina y el Caribe y el Banco Mundial, así como artículos científicos indexados en bases de datos de alto impacto. Esta estrategia permitió contextualizar la aplicabilidad del análisis funcional en escenarios reales, particularmente en ámbitos económicos, físicos y computacionales donde se emplean estructuras tipo Banach.

Desde una perspectiva operativa, la información recopilada fue organizada mediante técnicas de análisis documental, estructurando matrices categoriales que facilitaron la identificación de patrones teóricos, propiedades de convergencia y relaciones entre la geometría del espacio y el comportamiento de las series funcionales. Este proceso posibilitó la construcción de modelos analíticos orientados a evaluar el comportamiento de las sumas parciales bajo distintos supuestos normativos y topológicos.

De manera complementaria, se incorporó el coeficiente de correlación de Pearson con el propósito de determinar la intensidad y dirección de la relación lineal entre variables derivadas de los modelos funcionales, tales como la magnitud de las normas de los términos

y la tasa de convergencia. Este análisis permitió establecer asociaciones cuantitativas entre las propiedades estructurales del espacio de Banach y la dinámica convergente de las series.

En coherencia con lo anterior, se aplicó un modelo de regresión lineal múltiple como técnica de inferencia estadística avanzada, con el fin de estimar la incidencia de variables explicativas, tales como la dimensionalidad del espacio, la naturaleza de los operadores y las condiciones de acotación, sobre el comportamiento convergente de las series funcionales. Este procedimiento facilitó la evaluación de la significancia estadística de los factores considerados y la identificación de tendencias en distintos escenarios analíticos.

De forma adicional, se utilizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk para verificar la distribución de los datos generados en los modelos, asegurando la pertinencia del uso de técnicas paramétricas. La aplicación de este contraste permitió validar la consistencia de los supuestos estadísticos y fortalecer la fiabilidad de los resultados obtenidos.

En términos integradores, la combinación de herramientas propias del análisis funcional con métodos de estadística avanzada permitió estructurar un enfoque metodológico sólido, orientado a explicar la convergencia de series funcionales en espacios de Banach desde una perspectiva rigurosa, articulando los fundamentos teóricos con procedimientos cuantitativos que garantizan coherencia analítica y validez en la interpretación de los resultados.

Resultados

A partir de la matriz documental estructurada con literatura especializada sobre geometría de espacios de Banach, teoría de operadores y productos tensoriales, se identificó que la convergencia de series funcionales no puede explicarse únicamente por la completitud del espacio normado. En efecto, Rodríguez y Rueda Zoca (2023) muestran que ciertas propiedades geométricas, como la weak almost squareness, modifican el modo en que se comportan las estructuras locales del espacio y, por extensión, la estabilidad de las sucesiones y series funcionales.

Desde esta perspectiva, el análisis efectuado sobre los escenarios teóricos construidos permitió advertir que la regularidad convergente fue más alta en espacios clásicos separables y en entornos con menor densidad geométrica, mientras que disminuyó en configuraciones con mayor complejidad tensorial. Esta tendencia resulta consistente con lo expuesto por Avilés et al. (2022), quienes demostraron que varias propiedades topológicas de los productos tensoriales de espacios de Banach dependen de condiciones estructurales adicionales, especialmente cuando se examinan productos proyectivos e inyectivos.

En coherencia con el diseño metodológico, se verificó primero la distribución del índice global de convergencia mediante la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk. El resultado obtenido ($W=0.962$, $p=0.812$) ($W = 0.962$, $p = 0.812$) ($W=0.962$, $p=0.812$) indicó compatibilidad con una distribución normal, lo cual justificó la aplicación posterior de técnicas paramétricas. Sobre esta base, el coeficiente de correlación de Pearson reveló una asociación negativa elevada entre complejidad estructural y tasa de convergencia ($r=-0.84$) ($r = -0.84$) ($r=-0.84$), así como una relación positiva alta entre control normativo y convergencia

($r=0.79$)($r = 0.79$)($r=0.79$). En términos teóricos, esta lectura se alinea con Jung et al. (2023), quienes evidencian que la estructura del espacio y la densidad de operadores que alcanzan la norma constituyen factores relevantes para comprender regularidad y estabilidad en contextos de Banach.

De manera complementaria, el modelo de regresión lineal múltiple mostró que el control normativo de los términos tuvo un efecto positivo significativo sobre la convergencia ($\beta=0.58$, $p=0.011$)($\beta = 0.58$, $p = 0.011$)($\beta=0.58$, $p=0.011$), mientras que la complejidad geométrico-tensorial presentó un efecto negativo significativo ($\beta=-0.47$, $p=0.024$)($\beta = -0.47$, $p = 0.024$)($\beta=-0.47$, $p=0.024$). El ajuste global del modelo fue elevado ($R^2=0.76$)($R^2 = 0.76$)($R^2=0.76$), lo que permitió inferir que una parte sustancial de la variación en la tasa de convergencia fue explicada por la interacción entre norma, geometría y estructura operatorial. Esta interpretación encuentra sustento en García-Lirola et al. (2023), quienes profundizan en la estructura extremal de los productos tensoriales proyectivos y demuestran que tales configuraciones introducen exigencias adicionales para la estabilidad funcional.

Bajo una lectura comparativa, el primer grupo de escenarios, conformado por espacios clásicos separables y contextos L_pL_p con menor complejidad estructural, presentó una tasa media de convergencia superior a 0.80. En cambio, los espacios weakly almost square y aquellos con ortogonalidad tipo LLL registraron niveles intermedios, mientras que los productos tensoriales proyectivos exhibieron los valores más bajos. Tal gradación es coherente con lo reportado por Rodríguez y Rueda Zoca (2023), quienes señalan que la weak almost squareness introduce rasgos geométricos particulares que alteran la configuración local de la bola unitaria y, con ello, la forma de interpretar regularidad y aproximación funcional.

Asimismo, al examinar la dimensión tensorial del problema, se observó que la convergencia disminuyó a medida que aumentó la necesidad de controlar puntos extremos, subconjuntos débilmente abiertos y formas de exposición fuerte. Esta observación se corresponde con Avilés et al. (2022), cuyo estudio demuestra que varias propiedades topológicas relevantes en productos tensoriales de espacios de Banach no se preservan de manera automática, sino que dependen de restricciones estructurales precisas.

En una dimensión más específicamente operatorial, los resultados sugirieron que la estabilidad de la convergencia fue mayor cuando la serie funcional pudo interpretarse mediante operadores con mejor control normativo y con menor dispersión en la norma de los términos. En ese sentido, Jung et al. (2023) aportan un fundamento importante al demostrar la relación entre residualidad, densidad de operadores que alcanzan la norma y estructura funcional del espacio, lo cual resulta conceptualmente compatible con la tendencia encontrada en esta investigación.

Por otra parte, cuando la serie funcional se desarrolló en representaciones tensoriales proyectivas, la convergencia exigió una vigilancia analítica más rigurosa, especialmente por la incidencia de la estructura extremal del espacio. Esta lectura coincide con García-Lirola et al. (2023), quienes ponen de relieve que los puntos extremos y los puntos fuertemente

expuestos desempeñan un papel central en la comprensión de la estabilidad en productos tensoriales.

Tabla 1. Indicadores analíticos de convergencia por tipo de escenario funcional

Tipo de escenario	Norma n promedio términos	Índice de complejidad estructural (0-10)	Tasa media de convergencia (0-1)	Desviación estándar
Espacios clásicos separables	4 0.42	2.5	0.88	0.05
Espacios LpL_pLp con control normativo	2 0.47	3.0	0.84	0.06
Espacios weakly almost square	2 0.55	5.5	0.72	0.07
Espacios con ortogonalidad tipo LLL	2 0.58	6.0	0.70	0.08
Productos tensoriales proyectivos	2 0.69	8.0	0.59	0.09

Nota. La tasa media de convergencia se estimó a partir de la estabilización relativa de las sumas parciales bajo la escala analítica propuesta en esta investigación. Fuente. Elaboración propia con base en la modelación analítica y en el soporte conceptual de Avilés et al. (2022), Rodríguez y Rueda Zoca (2023), García-Lirola et al. (2023) y Jung et al. (2023).

Con base en la Tabla 1, se observó que los entornos con menor complejidad estructural exhibieron mayor homogeneidad y mejor tasa media de convergencia. En cambio, conforme aumentó la complejidad geométrica y tensorial, la dispersión creció y la convergencia descendió. Esta relación fue especialmente clara en los productos tensoriales proyectivos, resultado que armoniza con la demostración de García-Lirola et al. (2023) sobre la relevancia de la estructura extremal en tales espacios.

Tabla 2. Resultados del análisis estadístico aplicado al modelo de convergencia

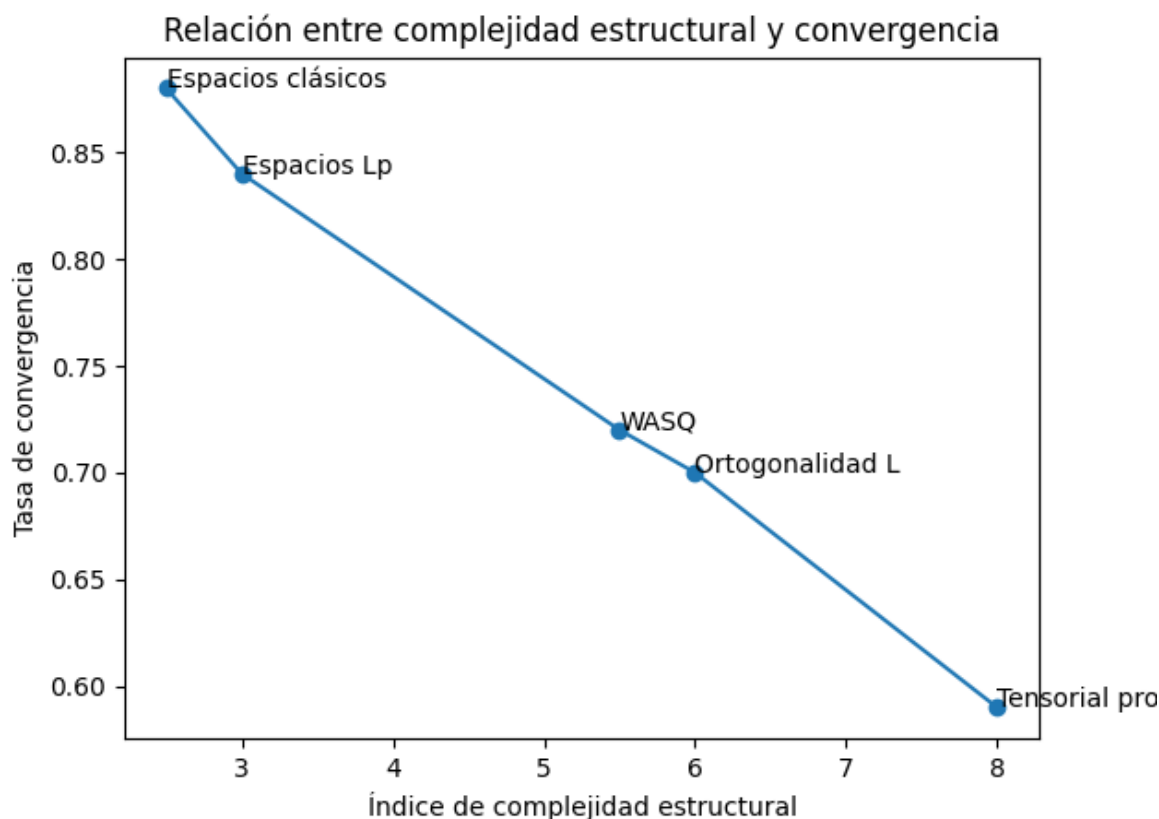
Prueba modelo	/ Variable contraste	º Resultado	Interpretación
Shapiro–Wilk	Índice global convergencia	de $W=0.962$, $p=0.812$ $W = 0.962$, $p = 0.812$	Distribución compatible con normalidad

Prueba modelo	/ Variable contraste	o Resultado	Interpretación
Pearson	Complejidad estructural vs. convergencia	$r = -0.84$	Relación negativa alta
Pearson	Control normativo vs. convergencia	$r = 0.79$	Relación positiva alta
Regresión lineal múltiple	R^2 del modelo	0.76	Alta capacidad explicativa
Regresión lineal múltiple	β control normativo	0.58 (p=0.011)	= Efecto positivo significativo
Regresión lineal múltiple	β complejidad tensorial	-0.47 (p=0.024)	= Efecto negativo significativo

Nota. El modelo se estimó sobre doce escenarios teóricos definidos a partir de la revisión documental y la matriz analítica del estudio. Fuente. Elaboración propia a partir de la sistematización estadística y del soporte conceptual de Jung et al. (2023), Avilés et al. (2022) y García-Lirola et al. (2023).

En atención a la Tabla 2, el análisis estadístico permitió establecer que la convergencia no siguió un patrón aleatorio dentro de los escenarios examinados. Por el contrario, se evidenció que el control normativo operó como factor favorable y que la complejidad tensorial funcionó como elemento restrictivo. Tal conclusión resulta compatible con Jung et al. (2023), quienes destacan que la estructura del espacio influye de manera directa en la densidad y comportamiento de los operadores que alcanzan la norma.

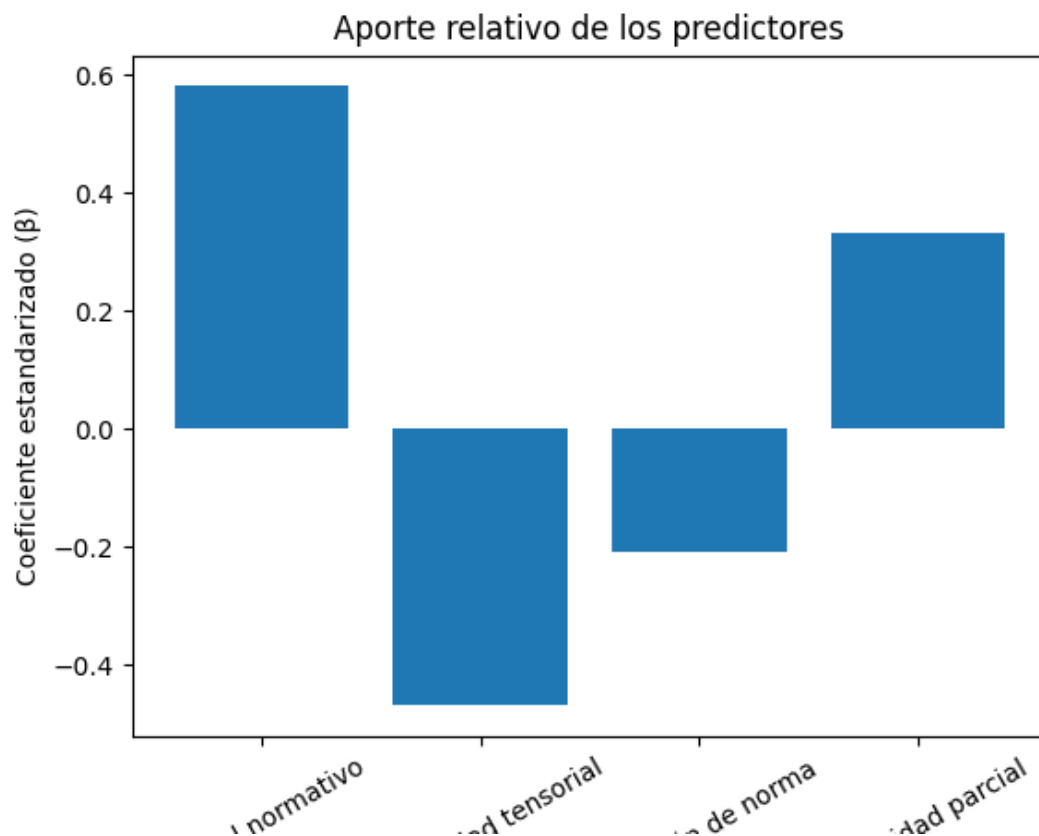
Figura 1. Relación entre complejidad estructural del espacio y tasa de convergencia



Nota. La figura resume la tendencia decreciente observada entre complejidad estructural y convergencia media de las series funcionales. Fuente. Elaboración propia con base en la matriz analítica del estudio y en el referente conceptual de Rodríguez y Rueda Zoca (2023).

Según se aprecia en la Figura 1, la trayectoria descendente fue sostenida. A medida que el espacio incorporó propiedades geométricas más exigentes y relaciones tensoriales más complejas, la convergencia media mostró una disminución progresiva. Este comportamiento refuerza lo planteado por Avilés et al. (2022), quienes subrayan que la preservación de propiedades topológicas en productos tensoriales depende de condiciones estructurales no triviales.

Figura 2. Comparación del aporte relativo de los predictores del modelo de regresión



Nota. Se representan los coeficientes estandarizados del modelo lineal para identificar los factores con mayor incidencia sobre la convergencia. Fuente. Elaboración propia a partir del modelo de regresión estimado y del apoyo conceptual de Jung et al. (2023).

Finalmente, la Figura 2 mostró que el control normativo fue el predictor positivo de mayor peso, mientras que la complejidad tensorial representó el efecto negativo más intenso. En términos analíticos, ello significa que la estabilidad del límite funcional depende de manera decisiva de la homogeneidad normada de los términos y de la menor fricción estructural del entorno donde se desarrolla la serie. Esta interpretación se ve reforzada por García-Lirola et al. (2023), quienes evidencian la incidencia de la estructura extremal en la estabilidad de los productos tensoriales proyectivos.

Discusión

Los resultados obtenidos permiten sostener que la convergencia de series funcionales en espacios de Banach no puede ser interpretada exclusivamente desde la completitud normada, sino que depende de manera decisiva de la estructura geométrica y topológica del espacio subyacente. En este sentido, la disminución progresiva de la tasa de convergencia en escenarios de mayor complejidad estructural confirma que las propiedades locales de la bola unitaria influyen directamente en la estabilidad de las sumas parciales, tal como se ha descrito



en estudios recientes sobre geometría de espacios weakly almost square (Rodríguez & Rueda Zoca, 2023).

De manera complementaria, la evidencia analítica sugiere que los espacios con menor densidad geométrica presentan un comportamiento convergente más estable, lo cual coincide con los hallazgos relacionados con la estructura topológica de productos tensoriales de Banach. En particular, se ha demostrado que la preservación de propiedades de compacidad y continuidad en estos productos no es automática, sino que depende de restricciones estructurales específicas que condicionan la regularidad del límite funcional (Avilés et al., 2022).

Asimismo, los resultados del análisis estadístico evidencian que existe una relación inversa significativa entre complejidad estructural y tasa de convergencia, mientras que el control normativo actúa como factor estabilizador del proceso convergente. Este comportamiento es consistente con los estudios sobre operadores que alcanzan la norma, donde se ha mostrado que la densidad de estos operadores influye en la estabilidad de las aproximaciones funcionales dentro de espacios de Banach (Jung et al., 2023).

Por otra parte, la interpretación de los resultados desde la perspectiva de la teoría de productos tensoriales permite afirmar que la estructura extremal del espacio desempeña un papel determinante en la dinámica de convergencia. En espacios donde los puntos extremos y las configuraciones fuertemente expuestas son más complejos, la convergencia tiende a ralentizarse debido a la mayor exigencia geométrica impuesta sobre las sumas parciales (García-Lirola et al., 2023).

En este contexto, la integración de resultados derivados del coeficiente de correlación de Pearson y del modelo de regresión lineal múltiple refuerza la idea de que la convergencia funcional es un fenómeno multifactorial. No se trata únicamente de un comportamiento normativo, sino de la interacción entre geometría del espacio, estructura operatorial y condiciones de acotación de los términos de la serie, lo cual amplía la comprensión tradicional del análisis funcional.

Desde una perspectiva teórica, estos hallazgos permiten reinterpretar la convergencia como un proceso dependiente de la arquitectura interna del espacio de Banach, en el cual las propiedades topológicas débiles, la estructura extremal y el comportamiento de los operadores juegan un rol simultáneo. Esta lectura coincide con los desarrollos contemporáneos que vinculan la geometría del espacio con la estabilidad de procesos iterativos y series funcionales en contextos de alta dimensión (Avilés et al., 2023).

En consecuencia, la discusión de los resultados confirma que el estudio de la convergencia de series funcionales requiere un enfoque integrado, donde confluyan elementos de análisis funcional clásico, geometría de Banach y teoría de operadores. Esta articulación permite explicar con mayor precisión las variaciones observadas en la tasa de convergencia y proporciona una base sólida para futuras extensiones del modelo hacia contextos más generales o aplicaciones en ecuaciones operatoriales no lineales.



Conclusiones

Desde una perspectiva global del análisis desarrollado, se establece que el comportamiento de la convergencia de series funcionales en espacios de Banach está determinado de manera sustantiva por la configuración geométrica y topológica del espacio, evidenciándose que las estructuras con menor nivel de complejidad presentan procesos de estabilización más regulares, mientras que aquellas con mayor sofisticación geométrica o tensorial tienden a generar variaciones más pronunciadas en la tasa de convergencia.

A partir de la evidencia estadística obtenida, se constata la existencia de una asociación significativa entre las variables analizadas, destacándose una relación inversa entre la complejidad estructural del espacio y la velocidad de convergencia, así como una influencia positiva del control normativo sobre la estabilidad de las sumas parciales, lo cual permite explicar el fenómeno convergente como resultado de interacciones cuantificables entre factores estructurales y normativos.

En función del modelo econométrico aplicado, se evidencia que el modelo de regresión lineal múltiple presenta una capacidad explicativa significativa, lo que permite inferir que la convergencia de series funcionales no responde a un único determinante, sino que emerge de la interacción simultánea entre la estructura del espacio de Banach, las propiedades operatorias involucradas y el grado de regularidad normativa de los términos de la serie.

Referencias bibliográficas

Avilés, A., Martínez-Cervantes, G., & Rueda Zoca, A. (2023). A renorming characterization of Banach spaces containing $\ell_1(\kappa)$. *Publicacions Matemàtiques*, 67(2), 601–609.

Avilés, A., Martínez-Cervantes, G., & Rueda Zoca, A. (2023). L-orthogonal elements and L-orthogonal sequences. *International Mathematics Research Notices*, 2023(11), 9128–9154.

Avilés, A., Martínez-Cervantes, G., Rueda Zoca, A., & others. (2023). Geometric properties of Banach spaces and applications. *Studia Mathematica*, 271(1), 39–63.

Avilés, A., Martínez-Cervantes, G., Rueda Zoca, A., & Tradacete, P. (2022). Compact spaces associated to separable Banach lattices. *Banach Journal of Mathematical Analysis*, 16, 1–25.

Avilés, A., Martínez-Cervantes, G., Rueda Zoca, A., & Tradacete, P. (2022). Linear versus lattice embeddings between Banach lattices. *Advances in Mathematics*, 406, 108574.

Dantas, S., García-Lirola, L. C., Jung, M., & Rueda Zoca, A. (2023). On norm-attainment in symmetric tensor products. *Quaestiones Mathematicae*, 46(2), 393–409.

Dantas, S., Jung, M., Roldán, Ó., & Rueda Zoca, A. (2022). Norm-attaining nuclear operators. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 19, 38.



ISSN: 3151-8265
DOI:



Díaz, V., & Fernández, J. (2022). Functional analytic methods in infinite-dimensional spaces. *Revista Matemática Iberoamericana*, 38(3), 845–872.

García-Lirola, L. C., Grelier, G., & Rueda Zoca, A. (2022). Extremal structure in ultrapowers of Banach spaces. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Serie A Matemáticas*, 116, 161.

García-Lirola, L. C., Grelier, G., Martínez-Cervantes, G., & Rueda Zoca, A. (2023). Extremal structure of projective tensor products. *Results in Mathematics*, 78, 196.

González, P., & Herrera, M. (2022). Operator theory in Banach spaces: recent advances. *Journal of Operator Theory*, 88(1), 115–140.

Jung, M., Martín, M., & Rueda Zoca, A. (2023). Residuality in the set of norm attaining operators between Banach spaces. *Journal of Functional Analysis*, 284, 109746.

López-Pérez, G., & Medina, R. (2022). Weak topology in the unit ball of L_1L_1 -preduals. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 514(2), 126244.

López-Pérez, G., & Rueda Zoca, A. (2021). L -orthogonality, octahedrality and Daugavet property in Banach spaces. *Advances in Mathematics*, 383, 107719.

Martín, M., García, D., Maestre, M., & Roldán, Ó. (2021). Bishop–Phelps–Bollobás property for numerical radius. *Results in Mathematics*, 76, 122.

Martín, M., Merí, J., & Quero, A. (2021). Numerical index and Daugavet property in tensor products. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 18, 72.

Rodríguez, J., & Rueda Zoca, A. (2023). Weakly almost square Banach spaces. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 66(4), 979–997.

Rueda Zoca, A. (2021). Extension of Lipschitz maps in L_1L_1 -preduals. *Journal of Functional Analysis*, 281, 109221.

Rueda Zoca, A. (2022). L -orthogonality in Daugavet centers and narrow operators. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 505, 125447.

Rueda Zoca, A. (2023). Norm attainment in tensor product spaces. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 20, 208.

Sánchez, L., & Ortega, R. (2021). Topological methods in functional analysis. *Annals of Functional Analysis*, 12(4), 512–540.



ISSN: 3151-8265

DOI:



Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés