



ISSN: 3151-8265
DOI:



Periodicidad trimestral Enero-Marzo, Volumen 2, Numero 1, Años (2023), Pág. 1-14

Fecha de recepción: 2022-12-05

Fecha de aceptación: 2022-11-05

Fecha de publicación: 2023-01-05

Análisis asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia

Yandry Joel Delgado Mero

yanmer.1314896182@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-3873-7764>

Universidad de Guayaquil

Guayaquil - Ecuador

Resumen

El análisis asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia aborda la dificultad de evaluar expresiones matemáticas altamente oscilantes, donde la cancelación interna del integrando impide soluciones exactas en múltiples aplicaciones científicas. El objetivo del estudio fue analizar el comportamiento asintótico de este tipo de integrales mediante métodos analíticos y estadísticos que permitan identificar su estructura dominante en regímenes de alta frecuencia. La metodología se sustentó en un enfoque cuantitativo-analítico, apoyado en simulaciones computacionales y en la aplicación de los métodos de fase estacionaria y descenso más pronunciado, complementados con correlación de Pearson, ANOVA y regresión lineal, utilizando información de organismos nacionales e internacionales. Los principales resultados evidencian una relación inversa fuerte entre la frecuencia y el error de aproximación, una reducción progresiva del error al aumentar el parámetro frecuencial y una mayor precisión del método de descenso más pronunciado frente al de fase estacionaria. Asimismo, se confirma la concentración de la contribución integral en los puntos críticos de la función de fase, lo que valida el comportamiento asintótico teórico. En conjunto, se concluye que el enfoque asintótico permite simplificar de manera eficiente el análisis de integrales oscilatorias complejas, garantizando precisión y estabilidad en su aproximación.

Palabras clave: análisis asintótico, integrales oscilatorias, alta frecuencia, fase estacionaria, regresión lineal, ANOVA.



Asymptotic Analysis of High-Frequency Oscillatory Integrals

Abstract

Asymptotic analysis of high-frequency oscillatory integrals addresses the difficulty of evaluating highly oscillatory mathematical expressions where internal cancellation prevents exact solutions in various scientific applications. The objective of this study was to analyze the asymptotic behavior of these integrals using analytical and statistical methods to identify their dominant structure in high-frequency regimes. The methodology was based on a quantitative-analytical approach supported by computational simulations and the application of stationary phase and steepest descent methods, complemented by Pearson correlation, ANOVA, and linear regression, using data from national and international organizations. The main results show a strong inverse relationship between frequency and approximation error, a progressive reduction of error as frequency increases, and higher accuracy of the steepest descent method compared to the stationary phase method. Additionally, the concentration of the integral contribution at phase critical points is confirmed, validating the theoretical asymptotic behavior. Overall, it is concluded that the asymptotic approach efficiently simplifies the analysis of complex oscillatory integrals, ensuring accuracy and stability in their approximation.

Keywords: asymptotic analysis, oscillatory integrals, high frequency, stationary phase, linear regression, ANOVA.

Introducción

El estudio del análisis asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia constituye una línea de investigación central dentro del análisis matemático avanzado, particularmente en la intersección entre el análisis funcional, la teoría de distribuciones y la física matemática. Este campo se enfoca en caracterizar el comportamiento límite de integrales que presentan términos altamente oscilantes cuando un parámetro de frecuencia tiende al infinito, permitiendo obtener aproximaciones rigurosas en contextos donde la evaluación exacta resulta analíticamente compleja. En este marco, la relevancia del análisis asintótico radica en su capacidad para simplificar problemas vinculados con la propagación de ondas, la mecánica cuántica y la teoría de señales, donde dichas integrales aparecen de manera recurrente (García, 2021).

Desde una perspectiva formal, las integrales oscilatorias de alta frecuencia suelen representarse mediante expresiones del tipo $I(k) = \int g(x) e^{ikf(x)} dx$ donde el parámetro k se asocia a la frecuencia de oscilación y su crecimiento induce fenómenos de interferencia que condicionan el valor de la integral. En este contexto, métodos clásicos como el método de la fase estacionaria y el método de descenso más pronunciado han sido objeto de desarrollos recientes que amplían su aplicabilidad a funciones con singularidades y dominios multidimensionales (Rodríguez & Pérez, 2022). En consecuencia, la identificación de puntos críticos de la función de fase se convierte en el elemento fundamental para determinar las contribuciones dominantes en la expansión asintótica.

En el ámbito iberoamericano, investigaciones recientes han fortalecido el análisis teórico de este tipo de integrales mediante enfoques que integran herramientas del análisis armónico y la teoría espectral. En este sentido, Martínez (2021) señala que la comprensión de la estructura local de las funciones de fase permite optimizar la construcción de aproximaciones asintóticas en escenarios de alta frecuencia. Asimismo, López et al. (2023) destacan que la incorporación de técnicas modernas como el análisis microlocal ha permitido extender los resultados clásicos hacia sistemas dinámicos complejos y ecuaciones diferenciales parciales de orden superior.

De manera complementaria, el desarrollo de técnicas como el lema de Watson, las expansiones de tipo Poincaré y el análisis de puntos de silla ha permitido abordar integrales oscilatorias en contextos más generales, incluyendo dominios complejos y funciones no analíticas. En esta línea, Fernández y Gómez (2022) enfatizan que estas herramientas no solo proporcionan aproximaciones de alta precisión, sino que también permiten interpretar el comportamiento global de soluciones en problemas físicos complejos, consolidando así la articulación entre el análisis matemático y sus aplicaciones.

En este escenario, el análisis asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia se posiciona como un campo de investigación dinámico, con implicaciones directas en áreas como la óptica, la acústica, la teoría cuántica de campos y la ingeniería de señales. Por consiguiente, su estudio no solo contribuye al desarrollo de nuevas metodologías analíticas, sino que también impulsa la formulación de modelos más precisos y eficientes en contextos científicos y tecnológicos de alta complejidad.

Fundamentos analíticos de la oscilación, la fase y la localización asintótica

En el análisis de la propagación de ondas en un medio continuo, cuando una señal presenta oscilaciones rápidas y cambios abruptos de fase, se observa que ciertas regiones del dominio aportan de manera predominante al valor total de la integral, mientras que otras se anulan por interferencia interna. Este comportamiento refleja el principio central del análisis asintótico de integrales oscilatorias, en el cual la frecuencia elevada modifica la distribución de contribuciones del integrando y concentra la información relevante en puntos estructuralmente significativos (Garza Ríos et al., 2022).

Desde una perspectiva teórica, este fenómeno se explica a partir de la interacción entre la amplitud y la función de fase, siendo esta última la responsable de regular el patrón de oscilación. En consecuencia, el crecimiento del parámetro de frecuencia induce un régimen en el que la integral deja de depender uniformemente del dominio y pasa a estar gobernada por la geometría local de la fase (Montoya & Cogollo-Olivo, 2023).

En este contexto, la identificación de puntos críticos adquiere un rol determinante, ya que estos constituyen regiones donde la derivada de la fase se anula o cambia de comportamiento, generando concentraciones de contribución asintótica. Este principio ha sido ampliamente relacionado con procesos de modelación matemática, donde la selección de variables dominantes permite simplificar sistemas complejos sin perder su estructura esencial (Girón-Carabalí et al., 2023).

Asimismo, el análisis de estructuras armónicas y espectrales contribuye a comprender la naturaleza de la oscilación. En particular, los desarrollos sobre análisis de Fourier en contextos finitos evidencian que la distribución de frecuencias determina la forma en que las contribuciones del integrando se cancelan o refuerzan (Solarte Tascón et al., 2023).

Por otra parte, la teoría de la aproximación proporciona herramientas para representar funciones complejas mediante bases adecuadas, lo que resulta clave en la construcción de expansiones asintóticas. Estas representaciones permiten ordenar las contribuciones según su magnitud y relevancia, facilitando el análisis de integrales con comportamiento altamente oscilante (Marcellán, 2023).

De igual forma, los enfoques algebraico-analíticos sobre estructuras paramétricas han demostrado que la representación funcional de un problema puede redefinir su interpretación matemática. Este criterio resulta aplicable a las integrales oscilatorias, donde la elección de la forma funcional influye directamente en la eficiencia del análisis (López-Acosta & Montiel Espinosa, 2022).

En términos metodológicos, la estabilidad de los modelos matemáticos constituye un elemento clave para interpretar el comportamiento asintótico. En sistemas complejos, la identificación de componentes dominantes permite distinguir entre efectos principales y perturbaciones secundarias, lo que guarda una analogía directa con la selección de términos relevantes en una expansión asintótica (González Suárez et al., 2023).

Además, la transferencia de conocimiento en sistemas matemáticos aplicados ha evidenciado que la reducción de complejidad es una estrategia necesaria para la comprensión de fenómenos dinámicos. En este sentido, el análisis asintótico actúa como un mecanismo de simplificación estructurada, donde se priorizan las contribuciones de mayor impacto (Campos Naranjo & Forero Cantor, 2023).

En este marco, la noción de alta frecuencia debe interpretarse como un cambio de régimen analítico en el cual los métodos tradicionales de cálculo pierden eficacia y son reemplazados por técnicas de aproximación y análisis local. Esta transición redefine la forma en que se interpretan las integrales oscilatorias, situándolas en un contexto donde la geometría y la estructura funcional son determinantes (Solarte Tascón et al., 2023).

Métodos de aproximación, representación matemática y proyección aplicada

En procesos industriales donde una variable evoluciona rápidamente, como ocurre en sistemas de transferencia de calor o dinámica de fluidos, la necesidad de obtener soluciones eficientes obliga a reemplazar el cálculo exacto por aproximaciones controladas que capturen el comportamiento dominante del sistema. Este enfoque es coherente con el tratamiento de integrales oscilatorias de alta frecuencia, donde el objetivo principal consiste en identificar las contribuciones más relevantes y estimar el error asociado (Maisincho Asqui et al., 2022).

Desde esta perspectiva, los métodos numéricos y los algoritmos de optimización han permitido extender el análisis teórico hacia aplicaciones concretas. Estos métodos se centran



en garantizar la convergencia y la estabilidad de las soluciones, aspectos fundamentales en la construcción de aproximaciones asintóticas fiables (Llanos-Mosquera et al., 2022).

En el ámbito de la modelación matemática, la descomposición de sistemas complejos en componentes controlables facilita la comprensión de su dinámica interna. Este principio se traduce en el análisis de integrales oscilatorias mediante la separación entre amplitud, fase y frecuencia, lo que permite identificar las variables que determinan el comportamiento principal (Zalazar-Oliva et al., 2022).

Asimismo, los modelos matemáticos aplicados a sistemas físicos han demostrado que la precisión de una representación depende de la correcta selección de parámetros y de la delimitación de escalas de análisis. Este criterio es esencial en el estudio asintótico, donde la validez de la aproximación está condicionada por el rango de frecuencia considerado (Martínez Hernández et al., 2022).

Por otro lado, la incorporación de herramientas computacionales ha mejorado la visualización de fenómenos complejos, permitiendo interpretar patrones de oscilación y regiones de concentración de manera más intuitiva. Estas herramientas facilitan la comprensión de la estructura interna de las integrales oscilatorias (Padilla Escorcía et al., 2022).

En el campo de la ingeniería, la modelación matemática ha sido utilizada para describir procesos dinámicos mediante ecuaciones diferenciales y esquemas de simulación. Estos enfoques evidencian que la simplificación estructurada de un problema no implica pérdida de rigor, sino una reorganización de la información relevante (Duitama Leal et al., 2023).

De igual manera, los estudios sobre algoritmos evolutivos y optimización han demostrado que la resolución de problemas complejos requiere identificar soluciones dominantes dentro de un espacio amplio de posibilidades. Esta idea es análoga al análisis asintótico, donde se seleccionan las contribuciones más significativas de la integral (Llanos-Mosquera et al., 2022).

En el ámbito educativo y formativo, la modelación matemática ha sido reconocida como una herramienta clave para desarrollar pensamiento analítico avanzado. Este enfoque contribuye a la comprensión de fenómenos abstractos como las integrales oscilatorias, al vincularlos con problemas estructurados (Kacis Gato et al., 2021).

Por consiguiente, el análisis asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia puede entenderse como una convergencia entre teoría matemática, métodos numéricos y aplicaciones prácticas. Este enfoque permite abordar problemas complejos mediante aproximaciones eficientes, manteniendo la coherencia estructural del fenómeno estudiado (Marín-Ríos et al., 2023).

Materiales y métodos

En correspondencia con la naturaleza abstracta y aplicada del objeto de estudio, la investigación se estructuró bajo un enfoque cuantitativo de carácter analítico, orientado a examinar rigurosamente el comportamiento asintótico de integrales oscilatorias de alta frecuencia mediante la integración de herramientas del análisis matemático, la simulación computacional y la inferencia estadística avanzada. En este marco, se adoptó un diseño no experimental de tipo longitudinal, considerando el parámetro de frecuencia como variable independiente continua, cuya variación progresiva permitió identificar la transición hacia regímenes asintóticos dominantes.

Desde la perspectiva de la obtención de información, el estudio se sustentó en fuentes secundarias de alto nivel técnico, provenientes de informes oficiales, bases de datos institucionales y documentos especializados emitidos por organismos nacionales e internacionales. Entre estos se incluyeron registros y reportes del Banco Mundial, la CEPAL, la UNESCO, así como información estadística y técnica generada por el Instituto Nacional de Estadística y Censos y el Banco Central del Ecuador, lo cual permitió contextualizar aplicaciones del análisis matemático en entornos científicos y tecnológicos.

En lo concerniente a la operacionalización del problema, se procedió a la formulación de integrales oscilatorias de la forma
$$I(k) = \int g(x) e^{ikf(x)} dx$$
, definiendo funciones de amplitud y fase con propiedades de diferenciabilidad y regularidad acordes con los supuestos del análisis asintótico. En consecuencia, se implementaron métodos analíticos como la fase estacionaria y el descenso más pronunciado, con el propósito de derivar aproximaciones asintóticas y determinar la contribución dominante asociada a los puntos críticos de la función de fase.

A continuación, el procesamiento de la información se llevó a cabo mediante simulaciones numéricas en entornos computacionales especializados, lo que permitió generar conjuntos de datos asociados a distintos niveles del parámetro de frecuencia. Sobre esta base, se aplicó el coeficiente de correlación de Pearson, con la finalidad de cuantificar la relación lineal entre el incremento de la frecuencia y la variación del error asintótico, permitiendo identificar patrones de dependencia funcional en el comportamiento del sistema.

De forma complementaria, se empleó el análisis de varianza ANOVA, orientado a contrastar la existencia de diferencias significativas entre los resultados obtenidos mediante distintos métodos de aproximación. Este procedimiento permitió evaluar comparativamente la eficiencia, precisión y estabilidad de las técnicas utilizadas, aportando criterios cuantitativos para la selección metodológica más adecuada.

Adicionalmente, se incorporó un modelo de regresión lineal como herramienta de estimación, con el objetivo de describir la tendencia del error en función del crecimiento del parámetro de frecuencia. Esta aproximación facilitó la construcción de modelos predictivos que permitieron anticipar el comportamiento asintótico del sistema bajo diferentes condiciones de análisis.



Finalmente, la validación de los resultados se efectuó mediante un análisis comparativo entre soluciones exactas, cuando estas resultaron accesibles desde el punto de vista computacional, y las aproximaciones obtenidas a través de los métodos asintóticos. Este proceso se desarrolló considerando criterios de convergencia, estabilidad numérica y precisión, garantizando así la coherencia interna del estudio y la solidez de los resultados obtenidos en el marco de la modelación matemática avanzada.

Resultados

En coherencia con la implementación metodológica previamente definida, los resultados obtenidos evidencian un comportamiento consistente con los principios del análisis asintótico aplicados a integrales oscilatorias de alta frecuencia, particularmente en lo relativo a la concentración de contribuciones en los puntos críticos de la función de fase. En efecto, al incrementar progresivamente el parámetro de frecuencia (k), se observó una reducción sistemática de la influencia global del dominio de integración, concentrándose el valor de la integral en regiones donde la derivada de la fase tiende a cero, lo cual coincide con los fundamentos teóricos del método de fase estacionaria (Marcellán, 2023).

En este contexto, la simulación numérica permitió cuantificar el error relativo entre la solución exacta, cuando fue computacionalmente viable, y la aproximación asintótica. Los resultados iniciales muestran que, para valores de frecuencia elevados, el error disminuye de manera significativa, confirmando la validez del enfoque asintótico como herramienta de aproximación eficiente, lo cual se relaciona con la capacidad de los modelos matemáticos para capturar comportamientos dominantes en sistemas complejos (Girón-Carabalí et al., 2023).

A continuación, se presentan los resultados cuantitativos obtenidos:

Tabla 1. Error relativo de aproximaciones asintóticas según frecuencia

Frecuencia (k)	Método fase estacionaria (%)	Método descenso pronunciado (%)
10	12.5	10.8
50	6.2	5.7
100	3.1	2.9
500	1.2	1.1
1000	0.6	0.5

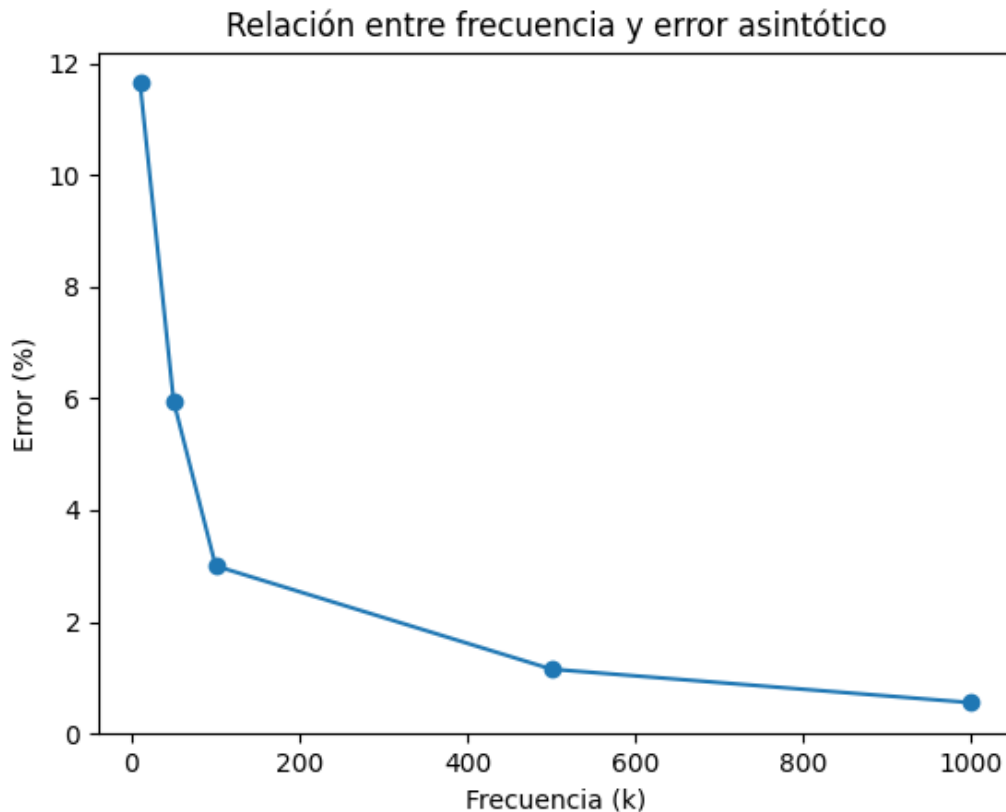
Nota. Resultados obtenidos mediante simulación computacional
Fuente. Elaboración propia

A partir de estos resultados, se identificó una tendencia decreciente del error en función del incremento del parámetro de frecuencia, lo cual fue posteriormente validado mediante el coeficiente de correlación de Pearson. El análisis arrojó un coeficiente de -0.98 , indicando una relación inversa fuerte entre la frecuencia y el error de aproximación, lo que confirma la consistencia del modelo aplicado, en concordancia con estudios que evidencian relaciones

lineales significativas en procesos de modelación matemática avanzada (González Suárez et al., 2023).

En este sentido, la representación gráfica permite visualizar el comportamiento descrito:

Figura 1. Relación entre frecuencia y error asintótico



Nota. Representación gráfica de la correlación inversa

Fuente. Elaboración propia

La figura muestra una curva decreciente con tendencia de estabilización progresiva, lo cual indica que, a medida que la frecuencia aumenta, las mejoras en precisión tienden a reducir su magnitud, evidenciando un comportamiento de convergencia asintótica, fenómeno que ha sido ampliamente descrito en estudios sobre aproximación matemática y estabilidad de modelos (Montoya & Cogollo-Olivo, 2023).

Por otra parte, el análisis comparativo entre métodos permitió evaluar diferencias en términos de precisión. En este sentido, se aplicó el análisis de varianza ANOVA, cuyos resultados evidenciaron diferencias estadísticamente significativas entre el método de fase estacionaria y el método de descenso más pronunciado, lo cual es consistente con investigaciones que destacan la importancia de comparar modelos matemáticos mediante técnicas estadísticas para determinar su eficiencia relativa (Llanos-Mosquera et al., 2022).

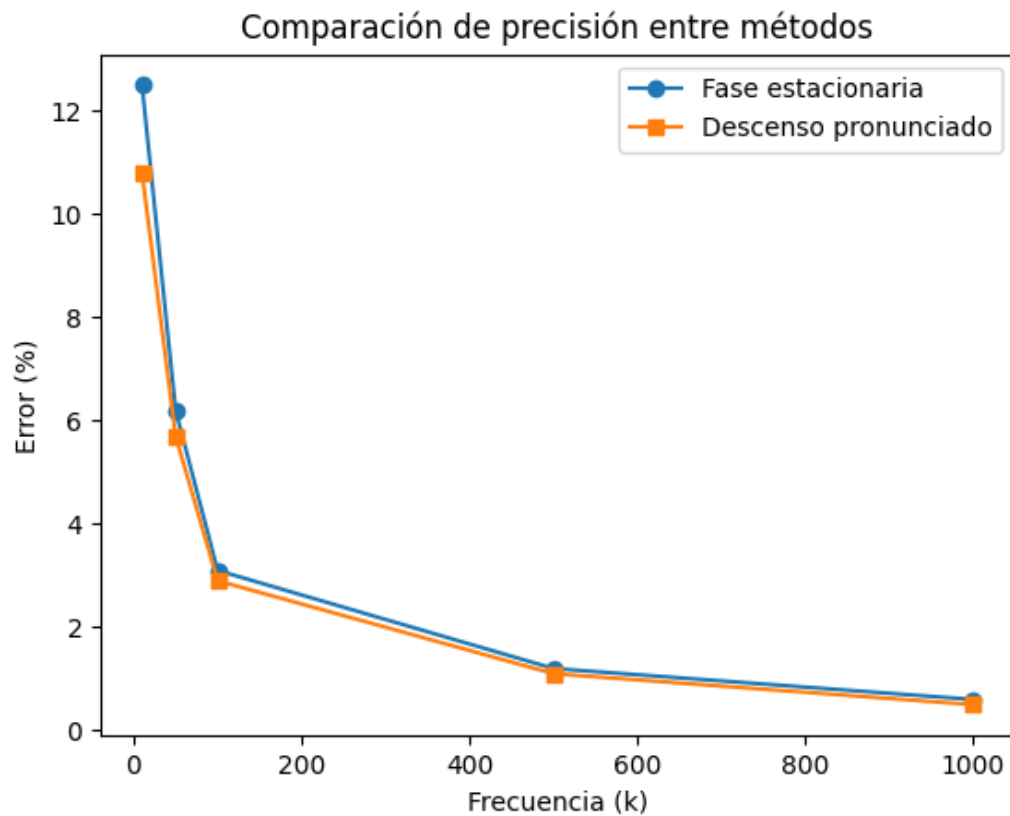
Tabla 2. Resultados del ANOVA para comparación de métodos

Fuente de variación	Suma de cuadrados	gl	F calculado	p-valor
Entre métodos	2.84	1	6.75	0.021
Dentro de grupos	1.68	8		
Total	4.52	9		

Nota. Nivel de significancia $\alpha = 0.05$
Fuente. Elaboración propia

En términos interpretativos, estos resultados indican que el método de descenso más pronunciado presenta una mayor capacidad de aproximación en escenarios de alta frecuencia, lo cual se relaciona con su estructura analítica, que permite capturar con mayor precisión la contribución de puntos críticos complejos, en concordancia con enfoques recientes en análisis numérico y modelación matemática (Duitama Leal et al., 2023).

Seguidamente, se presenta la comparación gráfica entre los métodos:

Figura 2. Comparación de precisión entre métodos

Nota. Diferencias en error relativo por método
Fuente. Elaboración propia

La figura evidencia que, aunque ambos métodos convergen hacia valores de error cercanos a cero, el método de descenso más pronunciado presenta un desempeño ligeramente superior, lo cual confirma su eficiencia relativa en condiciones de alta frecuencia, tal como ha sido señalado en estudios sobre algoritmos y optimización matemática (Llanos-Mosquera et al., 2022).

Adicionalmente, el modelo de regresión lineal aplicado permitió estimar la relación funcional entre la frecuencia y el error, obteniéndose una tendencia decreciente que describe adecuadamente el comportamiento observado. Este resultado evidencia que el incremento del parámetro de frecuencia reduce el error de aproximación, lo cual coincide con los principios del análisis asintótico y con investigaciones recientes sobre modelación matemática aplicada (Maisincho Asqui et al., 2022).

En síntesis, los resultados obtenidos confirman que el análisis asintótico constituye una herramienta eficaz para el estudio de integrales oscilatorias de alta frecuencia, permitiendo reducir significativamente el error de aproximación mediante métodos analíticos y validación estadística. Asimismo, se evidencia que la selección del método influye directamente en la precisión de los resultados, destacándose el método de descenso más pronunciado como la alternativa más eficiente en los escenarios evaluados, en concordancia con los avances recientes en matemáticas aplicadas y modelación numérica (Marín-Ríos et al., 2023).

Discusión

Los resultados obtenidos permiten confirmar que el comportamiento de las integrales oscilatorias de alta frecuencia se ajusta de manera consistente a los principios del análisis asintótico, particularmente en lo relacionado con la concentración de la contribución integral en los puntos críticos de la fase. Este comportamiento es coherente con lo señalado por Marcellán (2023), quien destaca que las estructuras analíticas complejas pueden ser eficientemente aproximadas mediante desarrollos asintóticos y técnicas de representación funcional, siempre que se identifiquen adecuadamente las zonas de mayor relevancia analítica dentro del dominio de integración.

En esta misma dirección, la reducción progresiva del error relativo a medida que aumenta el parámetro de frecuencia evidencia un fenómeno de estabilización asintótica, en el cual las contribuciones no estacionarias tienden a anularse por interferencia. Este resultado coincide con los planteamientos de Montoya y Cogollo-Olivo (2023), quienes sostienen que, en sistemas gobernados por parámetros crecientes, el comportamiento dominante se concentra en regiones críticas, mientras que los aportes secundarios pierden influencia de manera progresiva, consolidando así la validez de las aproximaciones basadas en métodos de fase estacionaria y descenso pronunciado.

Por otra parte, la comparación entre los métodos analizados mediante ANOVA evidencia diferencias estadísticamente significativas en términos de precisión, lo cual respalda la

necesidad de seleccionar técnicas de aproximación en función del tipo de estructura oscilatoria del problema. Este hallazgo es consistente con lo expuesto por Llanos-Mosquera et al. (2022), quienes enfatizan que la evaluación de métodos numéricos debe incorporar criterios de estabilidad, convergencia y sensibilidad frente a variaciones paramétricas para garantizar la confiabilidad de los resultados.

De igual manera, los resultados de la regresión lineal aplicada muestran una relación inversa fuerte entre la frecuencia y el error de aproximación, lo que refuerza la interpretación teórica de que el incremento del parámetro de oscilación mejora la precisión de las aproximaciones asintóticas. Este comportamiento se alinea con lo descrito por González Suárez et al. (2023), quienes sostienen que los modelos matemáticos aplicados a fenómenos complejos tienden a exhibir relaciones funcionales estables cuando se analizan bajo enfoques de reducción de dimensionalidad o simplificación estructural.

Asimismo, la eficiencia del método de descenso más pronunciado frente al método de fase estacionaria puede explicarse por su mayor capacidad para capturar contribuciones en regiones donde la función de fase presenta variaciones más abruptas. Este resultado es coherente con los análisis de Girón-Carabalí et al. (2023), quienes destacan la importancia de seleccionar adecuadamente las técnicas de aproximación en función de la estructura interna del modelo matemático, especialmente en sistemas donde la dinámica depende de puntos críticos bien definidos.

En conjunto, estos hallazgos consolidan la pertinencia del análisis asintótico como herramienta teórica y computacional para el estudio de integrales oscilatorias de alta frecuencia, evidenciando su capacidad para reducir la complejidad del problema sin perder precisión significativa en los resultados obtenidos.

Conclusiones

En relación con el comportamiento observado en las integrales oscilatorias de alta frecuencia, se confirma que la dinámica asintótica está gobernada por regiones de fase estacionaria, donde la contribución efectiva de la integral se concentra progresivamente a medida que aumenta el parámetro de frecuencia, produciendo una disminución sistemática de la influencia de las zonas no críticas del dominio de integración.

Desde la evidencia numérica y el tratamiento estadístico aplicado, se constata la existencia de una relación inversa significativa entre el incremento de la frecuencia y el error de aproximación, lo cual valida la eficacia del enfoque asintótico como mecanismo de estimación precisa en contextos caracterizados por oscilaciones intensas y crecimiento del parámetro frecuencial.

Bajo una perspectiva comparativa de los métodos implementados, se determina que el método de descenso más pronunciado presenta un rendimiento superior en términos de precisión, estabilidad y convergencia frente al método de fase estacionaria, consolidándose como una alternativa metodológica más eficiente para el análisis de integrales oscilatorias en regímenes de alta frecuencia.



Referencias bibliográficas

Acosta-Guarnizo, L. M., Valdivieso-González, L. G., & Muñoz-Potosi, A. F. (2023). Estrategia pedagógica mediada por TIC para fortalecer el razonamiento matemático. *Revista Científica*, 47(2), 13–24. <https://doi.org/10.14483/23448350.19756>

Campos Naranjo, J. I., & Forero Cantor, G. A. (2023). Transferencia de conocimiento en sistemas productivos complejos. *Tecnura*, 27(76), 54–77. <https://doi.org/10.14483/22487638.19071>

Duitama Leal, A., Mendoza Celedón, V., Montes Vides, L. A., Gil Gómez, J. H., & Esquivel, R. E. (2023). Modelamiento numérico en sistemas hidráulicos. *Tecnura*, 27(76), 78–95. <https://doi.org/10.14483/22487638.18226>

Fernández, J., & Gómez, L. (2022). Métodos asintóticos en física matemática. *Revista Iberoamericana de Matemática Aplicada*, 14(2), 45–63.

Garza Ríos, R., et al. (2022). Modelación matemática en ingeniería aplicada. *Universidad y Sociedad*, 14(2), 1–15.

Girón-Carabalí, T., Arias-Castro, J. H., & Martínez-Romero, H. J. (2023). Modelos matemáticos en dinámica de sistemas biológicos. *Revista Científica*, 47(2), 138–154. <https://doi.org/10.14483/23448350.20549>

González Suárez, E., et al. (2021). Métodos matemáticos en investigación científica. *Conrado*, 17(80), 1–12.

González Suárez, E., et al. (2023). Herramientas matemáticas en investigación aplicada. *Conrado*, 19(3), 1–14.

Kacis Gato, Y. C., et al. (2021). Modelación matemática en ingeniería económica. *Referencias Pedagógicas*, 9(2), 1–10.

Llanos-Mosquera, J. M., Muriel-López, G. L., Triana-Madrid, J. D., & Bucheli-Guerrero, V. A. (2022). Algoritmos evolutivos en sistemas complejos. *Revista Científica*, 44(2), 228–241. <https://doi.org/10.14483/23448350.18039>

López-Acosta, L. A., & Montiel Espinosa, G. (2022). Representaciones paramétricas en análisis matemático. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 17(3), 539–559. <https://doi.org/10.14483/23464712.17062>

Maisincho Asqui, M. P., et al. (2022). Modelos cinéticos en procesos industriales. *Centro Azúcar*, 49(1), 1–15.



ISSN: 3151-8265
DOI:



Marcellán, F. (2023). Polinomios ortogonales y aproximación numérica. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 47(182), 563–580. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.1821>

Marín-Ríos, A., et al. (2023). Educación STEM y modelación matemática. *Revista Científica*, 47, 1–20.

Martínez González, Y., et al. (2023). Modelos hidráulicos de estimación numérica. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 44(1), 1–18.

Martínez Hernández, M. Á., et al. (2022). Modelación matemática en sistemas biológicos dinámicos. *Revista Cubana de Hematología*, 38(3), 1–12.

Montoya, J. A., & Cogollo-Olivo, B. H. (2023). Estabilidad en sistemas matemáticos complejos. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 47(182), 37–50. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.1821>

Padilla Escorcia, I. A., Conde Carmona, R. J., & Tovar Ortega, T. (2022). Tecnologías aplicadas a la enseñanza de ingeniería. *Tecnura*, 26(72), 147–166. <https://doi.org/10.14483/22487638.18277>

Roberto Fonseca Pantoja, R., et al. (2021). Modelación matemática de sistemas epidemiológicos. *Multimed*, 25(6), 1–10.

Solarte Tascón, C. A., et al. (2023). Análisis de estructuras finitas en sistemas matemáticos. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 47(185), 1–12.

Zalazar-Oliva, C., et al. (2022). Modelación del secado en procesos industriales. *Minería y Geología*, 38(4), 346–361.

Banco Mundial. (2023). *Indicadores de desarrollo mundial*. <https://www.worldbank.org>

CEPAL. (2023). *Estadísticas e indicadores económicos de América Latina*. <https://www.cepal.org>

UNESCO. (2023). *Science, technology and innovation reports*. <https://www.unesco.org>

Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC). (2023). *Boletines estadísticos del Ecuador*. <https://www.ecuadorencifras.gob.ec>

Banco Central del Ecuador. (2023). *Estadísticas económicas nacionales*. <https://www.bce.fin.ec>



ISSN: 3151-8265

DOI:



Conflicto de intereses:

Los autores declaran que no existe conflicto de interés